

Konjunktive und Disjunktive Normalform

Wozu?

- Standardisierte Darstellungsform von aussagenlogischen Funktionen
- (Einfache) Gewinnung eines Funktionsterms aus einer Wahrheitstabelle

Konjunktion Logisches UND

Disjunktion Logisches ODER

Literal boolesche Variable in nicht-negierter oder negierter Form

Konjunktionsterm Term, in dem Literale ausschließlich durch
Konjunktionen verknüpft sind

Disjunktionsterm Term, in dem Literale ausschließlich durch Disjunktionen
verknüpft sind

Disjunktive Normalform (DNF) Disjunktion (ODER-Verknüpfung) von Konjunktionstermen

Beispiel: $abc \vee ac \vee \bar{c}$

...

Konjunktive Normalform (KNF) Konjunktion (UND-Verknüpfung) von Disjunktionstermen

Beispiel: $(a \vee b \vee c) \wedge (a \vee c) \wedge \bar{c}$

Minterm Konjunktion **aller** Literale x_0, \dots, x_n einer Funktion

Beispiel¹: $x_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2$

Maxterm Disjunktion **aller** Literale x_0, \dots, x_n einer Funktion

Beispiel²: $x_0 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$

¹ $n = 2$

²siehe ¹ :-)

Kanonische Disjunktive Normalform (KDNF) Disjunktion von Mintermen

Kanonische Konjunktive Normalform (KKNF) Konjunktion von Maxtermen

Erstellung aus Wahrheitstabelle

- Gewinnung der KDNF einer Funktion aus deren Wahrheitstabelle:
 - Bilde für jede Zeile mit Funktionswert 1 einen Minterm, in den mit 1 vorbelegte Eingangsvariablen nicht negiert und mit 0 vorbelegte Eingangsvariablen negiert einfließen
 - Verknüpfe diese Min-Terme jeweils mit einer Disjunktion
- Gewinnung der KKNF einer Funktion aus deren Wahrheitstabelle:
 - Bilde für jede Zeile mit Funktionswert 0 einen Maxterm, in den mit 0 vorbelegte Eingangsvariablen nicht negiert und mit 1 vorbelegte Eingangsvariablen negiert einfließen
 - Verknüpfe diese Max-Terme jeweils mit einer Konjunktion

Beispiel

a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

KDNF:

$$\bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}bc \vee a\bar{b}\bar{c} \vee ab\bar{c} \vee abc$$

KKNF:

$$(a \vee b \vee c) \wedge (a \vee \bar{b} \vee c) \wedge (\bar{a} \vee b \vee \bar{c})$$

Aufgabe 1

Gegeben ist die Wahrheitstabelle einer aussagenlogischen Funktion f . Gib die KDNF und die KKNF von f an.

a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Aufgabe 2

- Erstelle die Wahrheitstabelle für einen Volladdierer:
 - Eingangsvariablen sind zwei zu addierende binäre Stellen a und b sowie ein eingehender Übertrag c_{in}
 - Ausgänge sind die Summenstelle s und der auftretende Übertrag an die nächste Stelle c_{out}
- Gib für s und c_{out} jeweils eine Funktion in der KDNF an